

Tentamen Calculus I, 17 juli 2009, 9:00–12:00.

Schrijf op elk in te leveren blad je naam, en op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Alle (negen) opgaven tellen even zwaar. Het gebruik van boek(en), aantekeningen of een grafische rekenmachine is bij dit tentamen niet toegestaan.

- (1) Bewijs dat voor elke $n \geq 1$ geldt dat de som van de eerste n positieve oneven getallen een kwadraat is. (Bijvoorbeeld: $1 = 1^2$ en $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$.)
- (2) Leg uit waarom $\ln 5 / \ln 7$ niet te schrijven is als t/n waarbij t, n gehele getallen zijn.
- (3) Gegeven zijn reële getallen $b > 0$ en $c > 0$ en α met $0 < \alpha < \pi$. In het complexe vlak nemen we drie punten A, B en C , namelijk $A = 0$ en $B = c$ en $C = b \cdot e^{i\alpha}$.
Gebruik complexe getallen om te laten zien dat het kwadraat van de afstand BC gelijk is aan $b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ (Dit heet ook wel de cosinusregel).
- (4) Gebruik de ϵ - δ definitie om te laten zien dat $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{x^2-3} = 1$.
- (5) Bereken $\lim_{x \downarrow 0} x^{\sin x}$.
- (6) Bepaal alle x waarvoor de functie $\cosh(x^3 - x^2)$ een lokaal maximum of minimum heeft.
- (7) Bereken $\int_1^2 \frac{x^4 - 1}{x^4 + x^3} dx$.
- (8) Vind een primitieve van $\frac{1}{\tan^2 x}$.
- (9) Los de differentiaalvergelijking $x^2 y' = y^2 + 1$ op.